

8. ÜBUNGSBLATT ZUR VORLESUNG THEORETISCHE PHYSIK III (QUANTENMECHANIK)

Besprechung der Präsenzaufgabe: in den Übungen der 9. Semesterwoche (14.12.07)

Präsenzaufgabe P8: Noch mehr lineare Algebra (3 Punkte)

A und B seien hermitesche Operatoren auf einem Hilbertraum, und $|a\rangle$ sei ein Eigenzustand zu A mit Eigenwert a .

- Unter welcher Voraussetzung ist AB hermitesch?
- Wie lautet der zum Kommutator $[A, B]$ adjungierte Operator? Bestimmen Sie $c \in \mathbb{C}$ so, dass $c[A, B]$ hermitesch ist.
- Berechnen Sie den Erwartungswert von $[A, B]$ im Zustand $|a\rangle$.
- Angenommen, A sei invertierbar. Zeigen Sie, dass $|a\rangle$ ein Eigenzustand zu A^{-1} ist, und bestimmen Sie den Eigenwert.
- Ist der Projektionsoperator $|a\rangle\langle a|$ invertierbar?

Präsenzaufgabe P9: Dreidimensionaler Hilbertraum (2 Punkte)

Seien $|\rho\rangle = (1, 1, 0)^T$ und $|\psi\rangle = (1, 0, 1)^T$ Vektoren im Hilbertraum \mathbb{C}^3 , für den eine Orthonormalbasis gegeben ist durch $|e_1\rangle = (1, 0, 0)^T$, $|e_2\rangle = (0, 1, 0)^T$, $|e_3\rangle = (0, 0, 1)^T$.

- Finden Sie die Matrixelemente von $A \equiv |\rho\rangle\langle\psi|$ in dieser Basis.
- Berechnen Sie A^\dagger . Ist A hermitesch?
- Bestimmen Sie die Eigenwerte von A .