

## O 2

# Linsen und Linsensysteme

### 1. Aufgabenstellung

- 1.1 Bestimmen Sie die Brennweite einer dünnen Sammellinse aus Gegenstands- und Bildweite (rechnerisch und grafisch). Führen Sie dazu eine Größtfehlerberechnung durch.
- 1.2 Bestimmen Sie die Brennweite und den Hauptebenenabstand eines Fotoobjektivs.
- 1.3 Kalibrieren Sie das Messokular eines Mikroskops unter Verwendung eines Objektmikrometers.
- 1.4 Bestimmen Sie den Durchmesser eines Haares und vermessen Sie weitere Objekte, die vom Betreuer ausgegeben werden.

### 2. Theoretische Grundlagen

SNELLIUS'sches Brechungsgesetz, dünne und dicke Linse, Linsensysteme, Brennweite, Hauptebene, Abbildungsgleichung, Linsenfehler, Auge, Lupe, Mikroskop, Vergrößerung, Auflösungsvermögen, Blende und Abbildungsfehler

Literatur:

- |                |  |
|----------------|--|
| D. Geschke     | Physikalisches Praktikum, Optik, Kap. 1,<br>Teubner Verlag 1998              |
| W. M. Westphal | Physikalisches Praktikum, Kap. 18 bis 23,<br>13. Auflage,<br>Vieweg 1971     |
| E. Grimsehl    | Lehrbuch der Physik, Bd. 3, Kap. 2.4, 2.5<br>4.2, 4.4<br>Teubner Verlag 1998 |

## 2.1 Abbildung durch dünne Linsen

Eine Linse ist ein durchsichtiger Körper, dessen Begrenzungen im einfachsten Fall Kugelflächen sind. Die Verbindungsgerade der Krümmungsmittelpunkte  $K_1$  und  $K_2$  der brechenden Kugelflächen wird als optische Achse des Systems bezeichnet. Der Abstand der Scheitelpunkte der beiden Kugelflächen ist die Dicke  $d$  der Linse (Abb. 1). Ist die Dicke  $d$  klein im Vergleich zum Krümmungsradius (bzw. zur Brennweite), dann spricht man von einer dünnen Linse. Die Brechungen an den zwei Grenzflächen erfolgen dann nahezu in der Mittelebene der Linse. Die Gegenstandsweite  $a$  und die Bildweite  $a'$  können also näherungsweise von dieser Mittelebene aus gemessen werden.

Um den Verlauf der Lichtstrahlen zwischen dem Ort des Gegenstandes und des Bildes berechnen zu können, muß zunächst eine Festlegung bezüglich der Vorzeichen vorgenommen werden. Ist der Lichteinfall auf der linken Seite der Linse, wo sich auch der Gegenstandsort befindet (Abb. 1), so gilt folgende Festlegung:

Die Gegenstandsweite wird nach links und die Bildweite nach rechts positiv gezählt. Eine negative Bildweite bedeutet also, dass das Bild links von der Linse entsteht. Strecken, die senkrecht zur optischen Achse verlaufen (Gegenstandsgröße und Bildgröße) werden nach oben positiv und nach unten negativ gezählt. Auch die Krümmungsradien der Kugelflächen erhalten ein Vorzeichen. Ist die Kugel zum einfallenden Licht konvex, so gilt ihr Krümmungsradius als positiv; ist sie zum einfallenden Licht konkav, dann erhält er das negative Vorzeichen. In Abb. 1 sind zur Erläuterung dieser Festlegung die Vorzeichen der einzelnen Strecken angegeben.

Es soll hier darauf hingewiesen werden, dass in der technischen Optik häufig eine andere Festlegung der Vorzeichen verwendet wird, bei der auch die Gegenstandsweite nach rechts positiv gezählt wird. Das ist bei der Benutzung entsprechender Lehrbücher zu beachten.

Eine dünne Linse ist in Abb. 1 schematisch dargestellt. Wir beschränken uns hier auf den Fall, dass sich beiderseits der Linse das gleiche Medium mit der Brechzahl

$n_0$  befindet. Die Brechzahl des Linsenmaterials sei  $n$ . Man berechnet den Verlauf eines vom Punkt A ausgehenden Lichtstrahls mit Hilfe des Brechungsgesetzes.

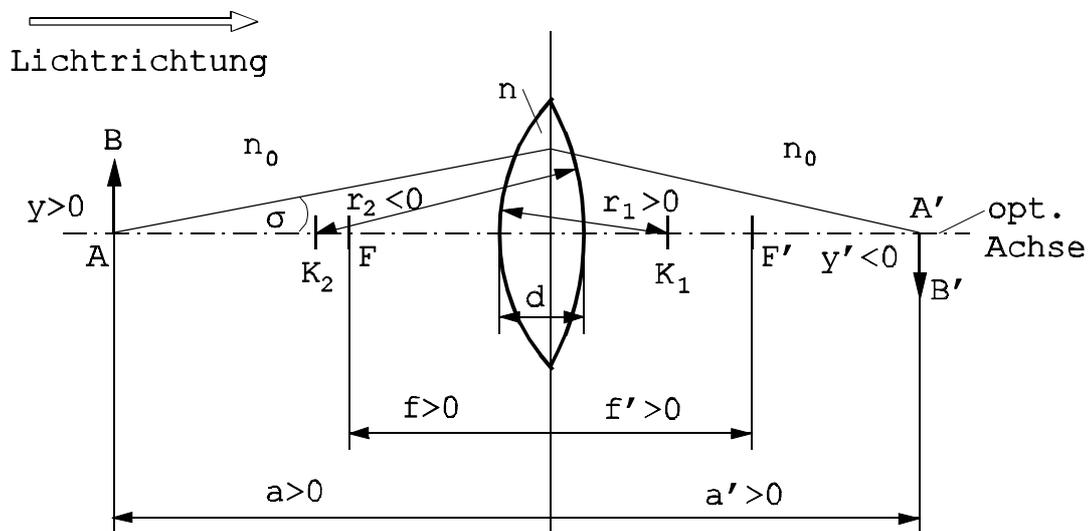


Abb. 1 : Dünne Linse

Es ergibt sich, dass die Entfernung  $a'$ , in der dieser Strahl wieder die optische Achse schneidet, von der Größe des Neigungswinkels  $\sigma$  gegen die optische Achse abhängig ist. Es findet also keine vollkommene Vereinigung der von A ausgehenden Strahlen statt. Eine solche Vereinigung wird näherungsweise nur dann erreicht, wenn man sich auf Strahlen beschränkt, für die der Neigungswinkel  $\sigma$  klein ist. Diese Lichtstrahlen treffen in der Nähe der optischen Achse auf die brechende Fläche und werden deshalb achsennahe oder paraxiale Strahlen genannt.

Die folgenden Betrachtungen gelten daher nur für das sogenannte achsennahe Gebiet. Unter diesen Voraussetzungen kann folgende Abbildungsgleichung hergeleitet werden:

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{a'} = \frac{n - n_0}{n_0} \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) \quad (1)$$

Die vom Objektpunkt A ausgehenden achsennahen Lichtstrahlen werden also im Punkt A' vereinigt. Man bezeichnet A' als Bildpunkt des Objektpunktes A.

Ebenso werden die von der Spitze des Pfeiles B ausgehenden Strahlen in der

Spitze des Pfeiles  $B'$  vereinigt,  $B'$  ist also das Bild von  $B$ . Wenn man den Objektpunkt  $A$  näher zur Linse hin verschiebt, rückt der Bildpunkt  $A'$  weiter von der Linse weg. Bei einem bestimmten Abstand verlaufen die gebrochenen Strahlen parallel zur optischen Achse, treffen sich also erst im Unendlichen. Dieser Abstand wird objektseitige Brennweite  $f$  genannt.

Ist der Punkt  $A$  unendlich weit von der Linse entfernt, so treffen die von ihm ausgehenden Strahlen achsenparallel auf die Linse und werden im bildseitigen Brennpunkt  $F'$  vereinigt. Die entsprechende Entfernung  $f'$  wird bildseitige Brennweite genannt. Es ist dann  $\frac{1}{a} = 0$  und  $a' = f'$ , und nach Gl. (1) ergibt sich für

die bildseitige Brennweite einer dünnen Linse

$$\frac{1}{f'} = \frac{n - n_0}{n_0} \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) . \quad (2)$$

Befindet sich andererseits der Punkt  $A$  im Brennpunkt  $f$ , so entsteht das Bild im Unendlichen, d.h.  $\frac{1}{a'} = 0$  und  $a = f$ . Nach Gl.(1) folgt somit für die objektseitige

Brennweite analog

$$\frac{1}{f} = \frac{n - n_0}{n_0} \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) . \quad (3)$$

d.h. objektseitige und bildseitige Brennweiten sind gleich groß, wenn Objekt- und Bildraum vom gleichen Medium erfüllt sind. Mit  $f = f'$  und Gl.(1) bis Gl.(3) folgt für die Abbildungsgleichung

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{a'} = \frac{1}{f} . \quad (4)$$

Trifft ein paralleles Lichtbündel schräg auf die Linse, so wird es nicht im Brennpunkt, sondern in einem Punkt außerhalb der optischen Achse vereinigt. Dieser Punkt liegt auf der durch  $F'$  gehenden und auf der optischen Achse senkrecht stehenden Ebene, der bildseitigen Brennebene.

Aus der Umkehrbarkeit des Lichtweges und Gl.(4) können für den Verlauf charak-

teristischer Lichtstrahlen folgende Schlussfolgerungen abgeleitet werden Abb.(2).

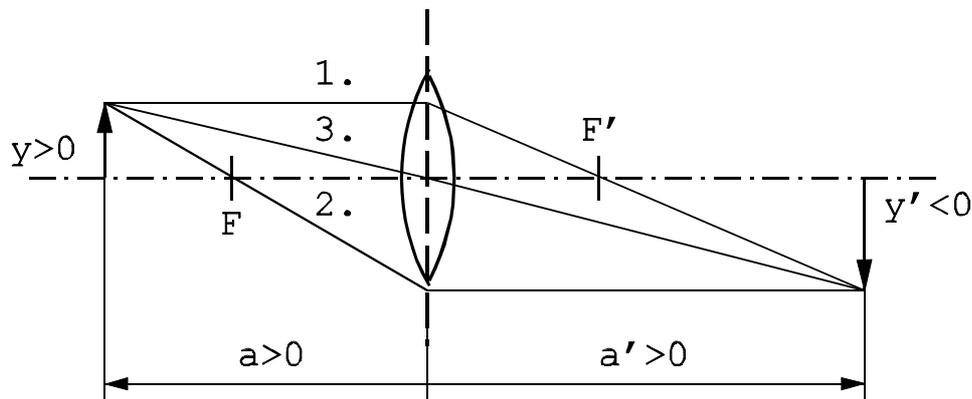


Abb. 2 : Bildkonstruktion bei einer Sammellinse

1. Achsenparallele Strahlen werden zu Brennpunktstrahlen.
2. Brennpunktstrahlen werden zu achsenparallelen Strahlen.
3. Strahlen durch den Mittelpunkt der Linse werden nicht abgelenkt, da die Linse in unmittelbarer Umgebung der optischen Achse einer planparallelen Platte ähnelt.

Mit Hilfe von zwei solchen Strahlen ist es möglich, das Bild eines Gegenstandes zu konstruieren, auch wenn diese in Wirklichkeit nicht zur Abbildung beitragen, da Sie nicht auf die Linse auftreffen.

Das Verhältnis von Bildgröße  $y'$  zur Gegenstandsgröße  $y$  nennt man Abbildungsmaßstab  $\beta$ . Aus Abb. 2 folgt mit Hilfe des Strahlensatzes

$$\beta = \frac{y'}{y} = -\frac{a'}{a} \quad (5)$$

Dieselben Überlegungen, wie sie bisher für Sammellinsen durchgeführt wurden, gelten auch für Zerstreuungslinsen, wenn man folgendes beachtet :

Ein Parallelstrahl wird so gebrochen, dass er sich hinter der Linse von der optischen Achse entfernt (siehe Abb. 3). Es existiert daher kein Brennpunkt im eigentlichen Sinne. Deshalb definiert man als bildseitigen Brennpunkt  $F'$  den Punkt, von dem die austretenden Strahlen zu kommen scheinen. Dieser Punkt liegt vor der Linse, die Brennweite ist negativ.

Die von einem Objektpunkt ausgehenden Strahlen verlaufen hinter einer Zerstreuungslinse stets divergent. Es schneiden sich nur ihre rückwärtigen Verlängerun-

gen. Das dabei entstehende Bild kann nur beobachtet werden, wenn sich hinter der Linse ein weiteres optisches Instrument, z. B. unser Auge, befindet. Es wird als virtuelles (scheinbares) Bild bezeichnet (Abb. 3). Schneiden sich dagegen die Lichtstrahlen selbst, wie in Abb. 2, dann nennt man das Bild reell.

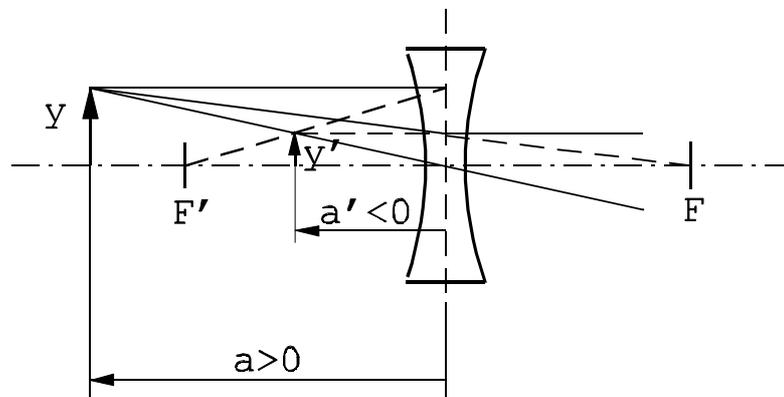


Abb. 3 : Bildkonstruktion bei einer Zerstreuungslinse

Bei einem Linsensystem kann die Brennweite aus den Brennweiten der einzelnen Linsen berechnet werden. Für ein System aus zwei dünnen Linsen ergibt sich folgende Formel :

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} - \frac{D}{f_1 f_2} \quad (6)$$

wobei  $f$  die Brennweite des Systems,  $f_1$  und  $f_2$  die Brennweiten der Einzellinsen und  $D$  den Abstand zwischen den Linsen bedeuten.

## 2.2 Abbildungsfehler

Es treten zwei Gruppen von Fehlern auf. Die eine Gruppe ist dadurch bedingt, dass das verwendete Licht meistens nicht einfarbig ist und die Brechzahl von der Wellenlänge abhängig ist. Diese Fehler heißen chromatische oder Farbfehler. Die andere Gruppe tritt auch bei einfarbigem (monochromatischem) Licht auf, wenn achsenferne Strahlen mit zur Abbildung benutzt werden. Wie bereits erwähnt, findet dann keine exakte Fokussierung der Strahlen mehr statt. Diese Fehler werden sphärische Fehler genannt. Man unterscheidet dabei fünf verschiedene Fehler: Öffnungsfehler, Astigmatismus, Koma, Bildfeldwölbung und Verzeichnung. Von diesen Fehlern soll als Beispiel nur die Verzeichnung kurz erläutert werden.

Verzeichnung tritt auf, wenn der Abbildungsmaßstab für achsennahe und achsenferne Strahlen verschieden ist. Sie bewirkt, dass ein Quadrat (Abb. 4a) verzerrt abgebildet wird. Man spricht von kissenförmiger (Abb. 4b) bzw. tonnenförmiger Verzeichnung (Abb. 4c).

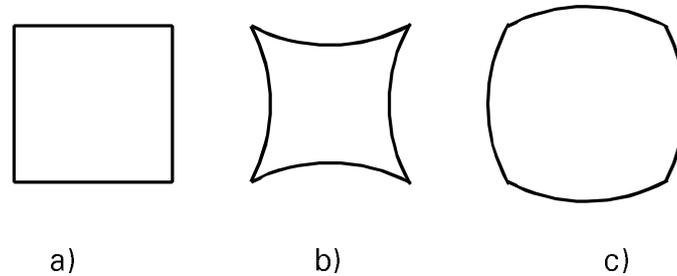


Abb. 4a - c : Bildverzeichnung

Auf Verzeichnungsfreiheit der Abbildung ist vor allem zu achten, wenn Flächen oder Strecken durch Ausmessen ihres durch ein Linsensystem entworfenen Bild vermessen werden soll. Alle Abbildungsfehler können durch geeignete Linsenkombinationen (Verwendung von Linsen günstiger Form, Auswahl von Glassorten mit geeigneter Brechzahl und Dispersion) so weit verringert werden, dass sie für den Verwendungszweck des betreffenden optischen Systems nicht mehr stören. Ihre vollständige Behebung ist allerdings nicht möglich.

### 2.3 Blenden im Strahlengang

In jedem optischen System sind Blenden vorhanden, die den Querschnitt der zur Abbildung verwendeten Lichtstrahlen begrenzen. Abb.5 zeigt die Abbildung des Gegenstandes  $P_1P_2$  durch eine Sammellinse in das reelle Bild  $P'_1P'_2$ . Innerhalb des schraffierten Kegels laufen alle Strahlen, die vom Punkt  $P_2$  ausgehen und in  $P'_2$  gesammelt werden. Das Strahlenbündel ist begrenzt durch eine materielle Blende oder Pupille. Die Linse entwirft von der Blende ein reelles Bild, die Austrittspupille  $AP$ , durch die wieder alle Strahlen gehen müssen. Vom Gegenstandspunkt  $O$ , der auf der optischen Achse liegt, gelangen alle Strahlen, die innerhalb des strichpunktierten Kegels liegen, zur Abbildung. Der Öffnungswinkel  $\sigma$  wird objektseitige Aperturwinkel genannt, der konjugierte Winkel  $\sigma'$  ist der bildseitige Aperturwinkel. Allgemein wird  $\sigma$  durch die Eintrittspupille  $EP$  begrenzt,  $\sigma'$  durch



als Schärfentiefe bezeichnet. Er wird ebenfalls durch die Größe der Öffnungsblende beeinflusst.

## 2.4 Dicke Linsen und Linsensysteme

Bei einer dicken Linse bzw. einem Linsensystem ist die Näherung der Lichtbrechung an einer Ebene nicht mehr erfüllt. Der endliche Abstand der Knickstellen wirkt sich hier auf den Strahlengang aus. Um trotzdem Bildkonstruktionen durchführen zu können, nutzt man die in Abb. 6 illustrierten Vorstellungen.

Der schraffierte Bereich stellt das verwendete optische System (dicke Linse oder Linsensystem) dar. Aus dem Gegenstandsraum fallen achsenparallele Strahlen ein. Hinter dem optischen System vereinigen sie sich in einem Brennpunkt ( $F'$ ). Man verlängert die Strahlen von beiden Seiten her geradlinig (Hilfslinien) bis zu ihrem Schnittpunkt, der eine zur Achse senkrechte Ebene bestimmt, die bildseitige Hauptebene ( $H'$ ).

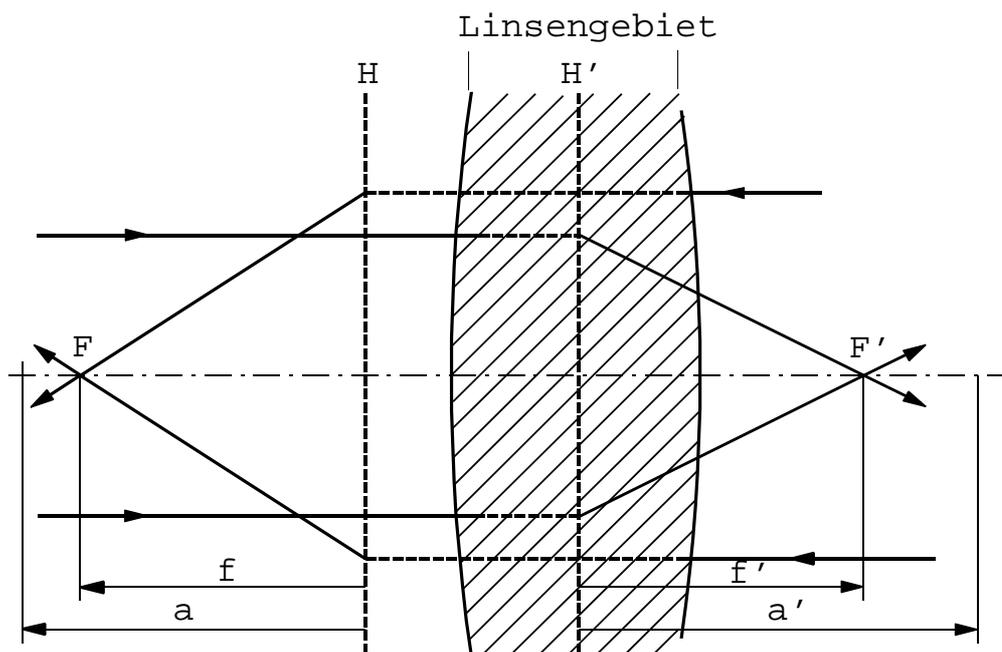


Abb. 6 : Definition der Hauptebenen und der Brennweiten für eine dicke Linse

Fällt von der anderen Seite ein achsenparalleles Strahlenbündel ein, so wird dieses im gegenseitigen Brennpunkt ( $F$ ) vereinigt. Wieder werden die Strahlen von beiden Seiten der Linse her geradlinig bis zu ihrem Schnittpunkt verlängert, der

die gegenstandsseitige Hauptebene (H) bestimmt.

Die wirklichen Lichtstrahlen werden selbstverständlich an den realen Linsenflächen gebrochen. Die Hilfslinien, die man zur Festlegung der Lage der Hauptebenen verwendet, stimmen zwar außerhalb von Linsenkörper und Hauptebenen-zwischenraum mit den realen Verläufen der Lichtstrahlen überein, repräsentieren aber innerhalb dieser Bereiche in der Regel nicht den realen Strahlenverlauf.

Zählt man Bildweite, Gegenstandsweite und Brennweite von den jeweiligen Hauptebenen aus, so gilt auch hier:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{a} + \frac{1}{a'} \quad \text{und} \quad \frac{y'}{y} = \beta = -\frac{a'}{a} .$$

Die beiden Brennpunkte haben den gleichen Abstand zur zugehörigen Hauptebene. Die dünne Linse ist als Spezialfall dieser Vorstellung anzusehen, bei der die beiden Hauptebenen zusammenfallen und mit der Linsenebene identisch sind.

Sind Hauptebenen und Brennpunkt gegeben, läßt sich zu jedem Gegenstand das Bild konstruieren, ohne dass Näheres über Gestalt und Lage der Einzellinsen im optischen System bekannt sein muß. Dabei ist zu beachten, dass der Mittelpunktstrahl nur parallel verschoben wird (Abb. 7).

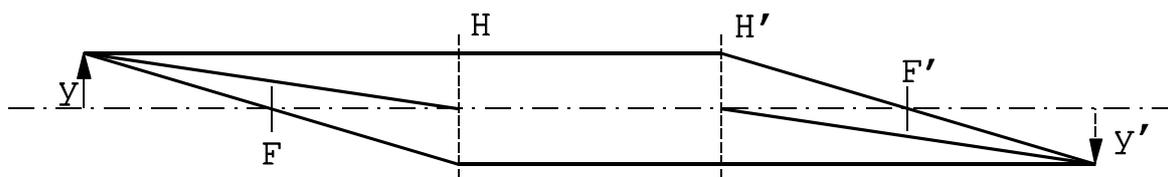


Abb. 7 : Bildkonstruktion mit Hilfe von Hauptebenen

## 2.5 Auge, optische Vergrößerung

Das Auge erzeugt mit Hilfe der Augenlinse ein Bild des betrachtenden Gegenstandes auf der Netzhaut. Da der Abstand  $a'$  zwischen Linse und Netzhaut konstant ist, hängt die Größe  $Y'$  des Bildes allein vom Sehwinkel  $\sigma$  ab, unter dem das Objekt von der Linse des Auges aus erscheint.

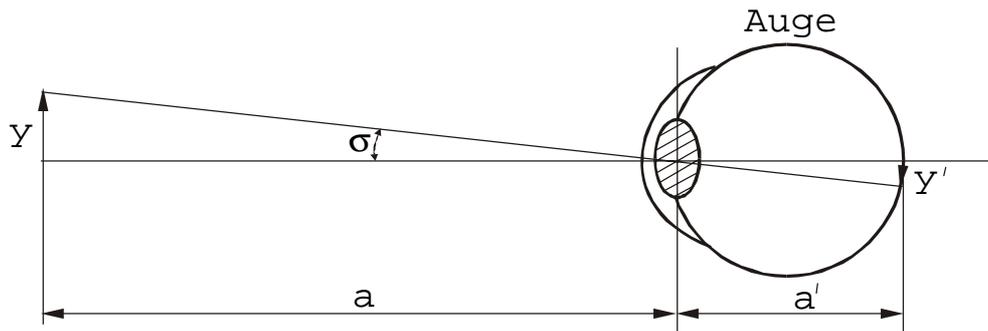


Abb. 8: Definition des Sehwinkel

Der Sehwinkel wird durch die Gegenstandsgröße  $Y$  und die Gegenstandsweite  $a$  festgelegt:

$$\tan \sigma = \frac{Y}{a} \quad (7)$$

Bei kleinen Sehwinkeln (achsennahe Strahlen) gilt näherungsweise:

$$\sigma = \frac{Y}{a} \quad (8)$$

Damit auf der Netzhaut ein scharfes Bild des Gegenstandes entsteht, muß für die Gegenstandsweite  $a$  und die Bildweite  $a'$  die Abbildungsgleichung (4) erfüllt sein. Da beim Auge die Bildweite  $a'$  konstant ist, wird die Brennweite  $f$  der Augenlinse verändert, wenn Gegenstände unterschiedlicher Entfernung  $a$  auf der Netzhaut scharf abgebildet werden sollen. Dieser Vorgang heißt Akkomodation. Der Akkomodationsbereich des Auges wird durch Fern- und Nahpunkt begrenzt. Beim normalsichtigen Auge liegt der Fernpunkt im Unendlichen (entspanntes Auge), der Nahpunkt bei etwa 10 cm. Da die Akkomodation auf den Nahpunkt anstrengt, wird als kleinster Betrachtungsabstand die Bezugsweite, die deutliche Sehweite,  $S_0 = 25$  cm festgelegt. Der größte Sehwinkel ist somit durch Annäherung des Auges an den Gegenstand bis auf die Bezugssehweite  $S_0$  gegeben.

## 2.6 Vergrößerung optischer Instrumente

Lupe und Mikroskop dienen der Vergrößerung des Seh winkels kleiner Gegenstände. Zwei Objektpunkte fallen noch gerade auf zwei benachbarte Sehzellen und werden dadurch als getrennt erkannt, wenn sie unter einem Winkel von einer Bogenminute gesehen werden. Zur Vergrößerung des Seh winkels über den durch  $s_0$  gegebenen Wert muß ein Instrument benutzt werden. Als Vergrößerung  $V$  eines optischen Instruments definiert man nach dem oben Gesagten

$$V = \frac{\text{Sehwinkel mit Instrument}}{\text{Sehwinkel ohne Instrument}} = \frac{\tan \sigma'}{\tan \sigma} . \quad (9)$$

### 2.6.1 Lupe

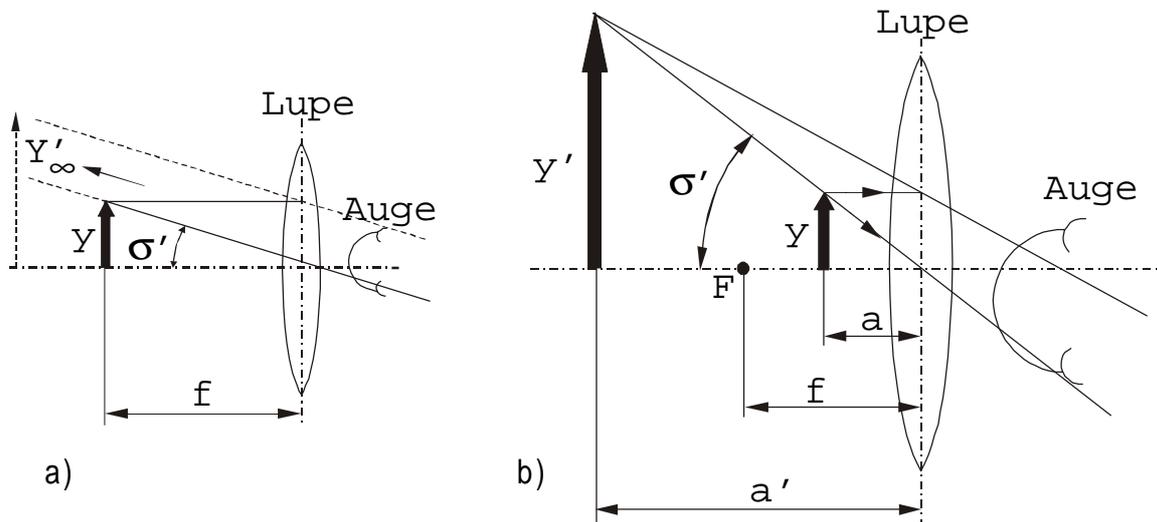


Abb. 9: Bildentstehung bei Verwendung einer Lupe

a) Normalvergrößerung ( $a' = -\infty$ ) b) Lupenvergrößerung ( $a' = -s_0$ )

Bei der Betrachtung eines Gegenstandes ( $Y$ ) mit der Lupe müssen zwei Fälle unterschieden werden.

#### a) Normalvergrößerung

Das Auge ist ganz entspannt, d.h. auf große Entfernungen eingestellt und der Gegenstand befindet sich genau in der Brennebene der Lupe, so dass ein aufrech-

tes, virtuelles Bild im Unendlichen entsteht (Abb. 9a). Aus Abb. 8 und 9a folgt für die Normalvergrößerung

$$\left| V_{\infty} \right| = \frac{\tan \sigma'}{\tan \sigma} = \frac{Y/f}{y/s_0} = \frac{s_0}{f} \quad (10)$$

(Da bei der eingeführten Vorzeichenwahl  $V$  negativ ausfällt, wird der Absolutbetrag von  $V$  angegeben).

#### b) Lupenvergrößerung

Der Gegenstand  $Y$  befindet sich in diesem Fall zwischen Lupe und deren Brennpunkt  $F$ , so dass ein aufrechtes, virtuelles Bild  $Y'$  in endlicher Entfernung, genau im Abstand der deutlichen Sehweite  $s_0$  ergibt, das dem Auge am Ort der Lupe unter dem Winkel  $\sigma'$  erscheint (Abb. 9b). Damit ergibt sich für die Lupenvergrößerung unter Verwendung der Abbildungsgleichung

$$\left| V_{s_0} \right| = \frac{s_0}{f} + 1 = \left| V_{\infty} \right| + 1 \quad . \quad (11)$$

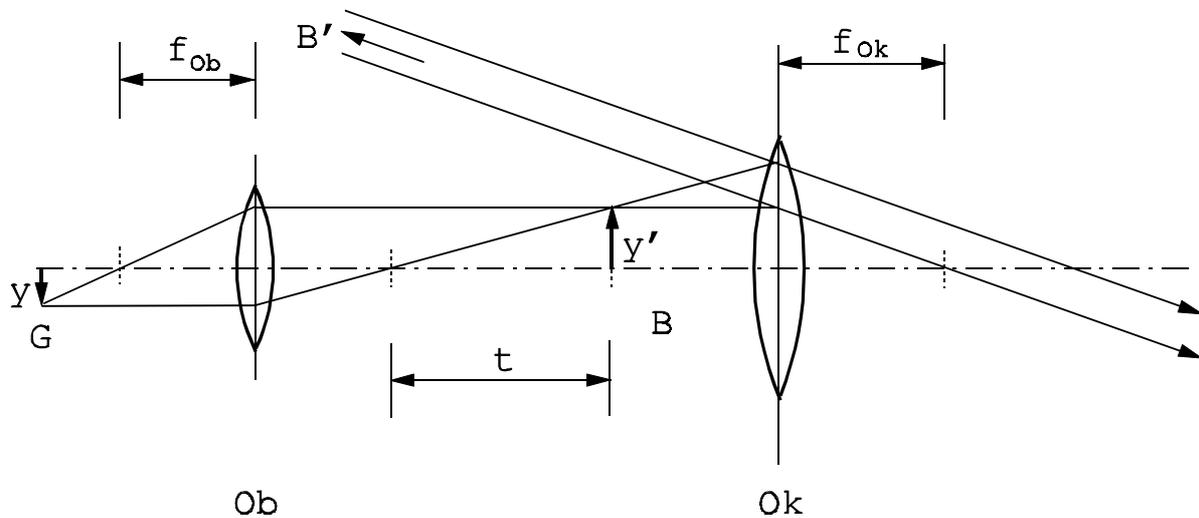
Für sehr hohe Vergrößerung sind also Lupenlinsen mit sehr kleiner Brennweite erforderlich.

#### 2.6.2 Mikroskop

Für hohe Vergrößerungen benutzt man eine zweistufige Abbildung. Sie wird im einfachsten Fall durch ein aus zwei Linsen (Objektiv, Okular) bestehendes Mikroskop realisiert. Der Abstand zwischen dem okularseitigen Brennpunkt  $f_{ok}$  des Objektivs und dem objektivseitigen Brennpunkt  $f_{ob}$  des Okulars wird als Tubuslänge  $t$  bezeichnet. Im Normalgebrauch befindet sich der zu untersuchende Gegenstand (G) kurz vor dem gegenstandsseitigen Brennpunkt des Objektivs, wodurch ein reelles, vergrößertes, umgekehrtes Zwischenbild (B) entsteht (Abb.10).

In der zweiten Abbildungsstufe wird dieses reelle Zwischenbild mit dem Okular, welches als Lupe wirkt, beobachtet. In Abb. 10 ist der Strahlengang für den Fall gezeichnet, dass das Endbild  $B'$  mit dem auf unendlich eingestellten Auge be-

obachtet wird (Normalvergrößerung des Mikroskops). Das Zwischenbild B liegt dann im Brennpunkt des Okulars.



y	Objektgröße	$f_{ok}$	Brennweite des Okulars
y'	Größe des Zwischenbildes	$f_{ob}$	Brennweite des Objektivs
G	Gegenstand	B	Zwischenbild
t	Tubuslänge	B'	Endbild

Abb. 10: Strahlengang im Mikroskop für ein unendlich eingestelltes Auge

Der Betrag der Normalvergrößerung  $|V_M|$  des Mikroskops ergibt sich als Produkt aus dem Abbildungsmaßstab des Objektivs Gl.(5)

$$|\beta_{ob}| = \frac{t}{f_{ob}} \quad (12)$$

und der Normalvergrößerung der Okular-Lupe Gl.(10)

$$|V_\infty| = \frac{s}{f_{ok}} \quad (13)$$

$$|V_M| = |\beta_{ob}| \cdot |V_\infty| = \frac{t \cdot s}{f_{ob} \cdot f_{ok}} \quad (14)$$

Maßgebend für die Leistungsfähigkeit eines Mikroskops ist jedoch nicht die er-

reichbare Vergrößerung, sondern sein Auflösungsvermögen. Es gibt an, bei welchem minimalen Abstand  $d_{\min}$  zwei Objektpunkte noch getrennt wahrnehmbar sind. Ursache für das begrenzte Auflösungsvermögen ist die Beugung des Lichts an der Objektivöffnung des Mikroskops. Nach ABBE gilt:

$$d_{\min} = \frac{0,61\lambda}{n \sin\sigma} = \frac{0,61\lambda}{A} , \quad (15)$$

dabei ist  $\lambda$  die Wellenlänge des benutzten Lichts,  $n$  der Brechungsindex des Mediums zwischen Gegenstand und Objektiv und  $\sigma$  der halbe Öffnungswinkel. Die Größe  $n \cdot \sin\sigma = A$  wird als numerische Apertur bezeichnet.

### 3. Versuchsdurchführung

#### 3.1 Bestimmung der Brennweite aus Bild- und Gegenstandsweite

Durch Messung von  $a$  und  $a'$  kann die Brennweite  $f$  nach Gl. (4) sofort rechnerisch bestimmt werden.

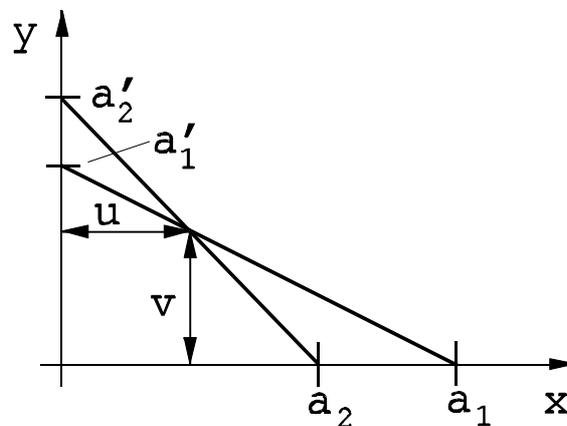


Abb. 11: Grafische Methode der Brennweitenermittlung

Bei der grafischen Methode zur Brennweitenbestimmung trägt man in einem rechtwinkligen Koordinatensystem die gemessenen Werte von  $a$  auf der Abszissen, die von  $a'$  auf der Ordinatenachse ab. Zusammengehörige Werte von  $a$  und  $a'$  werden dann durch eine Gerade verbunden.

Alle Geraden schneiden sich in einem Punkt, dessen Koordinaten  $(v, u)$  die Brenn-

weite darstellen. Beweisen Sie diese Aussage!

### 3.2 Brennweite und Hauptebenenabstand des Linsensystems

Die Lage der Hauptebenen ist bei einem Linsensystem im allgemeinen nicht bekannt, so dass Gegenstands- und Bildweite nicht direkt gemessen werden können und eine Brennweitenbestimmung nach der Abbildungsgleichung nicht vorgenommen werden kann. Eine Bestimmung der Brennweite ist jedoch über Messungen des Abbildungsmaßstabes möglich. Aus der Abbildungsgleichung Gl.(4) und dem Abbildungsmaßstab Gl.(5) ergibt sich

$$a = f \left( 1 - \frac{1}{\beta} \right) . \quad (16)$$

Eine beliebige Marke  $K$  am Reiter, der das Linsensystem trägt, habe von der Hauptebene  $H$  den Abstand  $h$  und von der Hauptebene  $H'$  den Abstand  $h'$  (Abb. 12).

Für den Hauptebenenabstand  $\delta$  gilt:

$H$  sei dem Gegenstand zugewandt, dessen Abstand von  $K$  ist nunmehr  $x=a+h$ . Dreht man das Linsensystem um  $180^\circ$ , so ist  $H'$  nun dem Gegenstand zugewandt, dessen Abstand von  $K$  ist nunmehr  $x'=a'+h'$ .

$$\delta = h + h' . \quad (17)$$

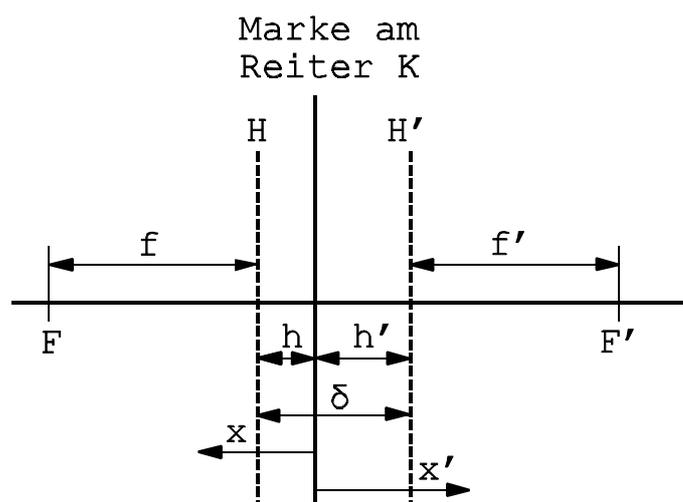


Abb. 12 : Bezeichnung zur Brennweitenbestimmung am Linsensystem

In Bezug auf die Marke K des Reiters ergibt sich mit Gl.(16) für den Abstand des Gegenstandes

$$x = f \left( 1 - \frac{1}{\beta} \right) + h \quad \text{bzw.} \quad x' = f \left( 1 - \frac{1}{\beta'} \right) + h' . \quad (18)$$

Nach Umstellen der beiden Gln.(18) wird deutlich, dass beide einen linearen Zusammenhang zwischen reziprokem Abbildungsmaßstab und Ortskoordinate vermitteln.

$$\frac{1}{\beta} = - \frac{1}{f} x + \left( 1 + \frac{h}{f} \right) = m x + b \quad (19)$$

$$\frac{1}{\beta'} = - \frac{1}{f} x' + \left( 1 + \frac{h'}{f} \right) = m' x' + b' \quad (20)$$

Mit den Wertepaaren  $\left( x_i, \frac{1}{\beta} \right)$  und  $\left( x'_i, \frac{1}{\beta'} \right)$  wird eine lineare Regressions-

rechnung durchgeführt und damit die Geradenanstiege  $m$  und  $m'$  sowie die Schnittpunkte mit der Abszisse  $b$  und  $b'$  ermittelt. Im Idealfall ergeben sich gleiche Anstiege.

Man beachte, dass  $\beta'$  bei reellen Abbildungen stets eine negative Größe ist. Aus den experimentell bestimmten Geradenparametern der Gln.(19) und (20) können die gesuchten Größen Brennweite und Hauptebenenabstand des Linsensystems ermittelt werden.

$$f = \frac{- \frac{1}{m} - \frac{1}{m'}}{2} \quad (21)$$

$$\delta = h + h' = f ( b + b' - 2 ) \quad (22)$$

### 3.3 Kalibrieren eines Messokulars

Zur Bestimmung von geometrischen Abmessungen (z.B. Breite von Leiterbahnen, Länge von Bakterien) bringt man an die Stelle im Mikroskop, wo das reelle Zwischenbild entsteht, eine mit beliebiger Teilung versehene Glasskala (Okularskala). Damit diese scharf gesehen wird, muß der Abstand zwischen Okularlinse und Okularskala eingestellt werden. Im Mikroskop wird somit das reelle Zwischenbild und die Skala gleichscharf gesehen und es kann ausgezählt werden, wie viele Skalenteile das von Objekt entworfene Zwischenbild überdeckt. Um die wahre Größe des Objektes zu erhalten, ist eine Kalibrierung der Okularskala für das benutzte Objektiv mit einem Objekt bekannte Größe erforderlich. Dazu wird auf dem Objektbild ein so genanntes Objektmikrometer, d.h. eine kalibrierende Skala mit einem Strichabstand von 1/100 mm gelegt. Überlagern sich  $b$ -Intervalle der Okularskala mit  $a$ -Teilen der 1/100 mm Skala, so entspricht ein Skalenteil der Okularskala einer Länge von

$$\frac{a / 100}{b} \text{ mm} = \frac{a}{b \cdot 100} \text{ mm} .$$

## 4. Arbeitsgang

### 4.1 Brennweitenbestimmung aus Bild- und Gegenstandsweite

Der Gegenstand ( Dia mit Lochmaske ) wird von einer Lampe beleuchtet. Die Sammellinse wird nacheinander in 3 verschiedene Abstände vom Gegenstand gebracht. Anschließend wird der Projektionsschirm jeweils solange verschoben, bis ein scharfes Bild entsteht.

Jede dieser Einstellungen wird bezüglich Gegenstandsweite und Bildweite 10 mal vermessen. Die Brennweite ist aus den Werten rechnerisch und grafisch zu bestimmen.

### 4.2 Brennweite und Hauptebenenabstand eines Fotoobjektivs

Als Gegenstand für diesen Versuchsteil dient eine beleuchtete Skala mit mm-Einteilung. Unter Ausnutzung der gesamten Länge der optischen Bank werden etwa 20 Gegenstandsweiten ausgewählt. Die zugehörigen Abbildungsmaßstäbe werden ermittelt, letzteres geschieht durch Verschieben eines Projektschirms

entlang der optischen Bank, bis dort ein scharfes Bild zu erkennen ist. Anschließend wird der Maßstab vermessen. Der Arbeitsgang wird mit dem um  $180^\circ$  gedrehten Objektiv wiederholt. Die eigentliche Halterung am Objektiv darf dabei nicht verändert werden, da dadurch der Bezugspunkt  $K$  verändert würde.

Die ermittelten Abhängigkeiten  $\frac{1}{\beta} = f(x)$  und  $\frac{1}{\beta'} = f(x')$  sind in einer Grafik darzustellen.

Mit einem kommerziellen Regressionsprogramm werden die Geradenparameter bestimmt. Nähere Hinweise dazu gibt der betreuende Assistent.

Anschließend sind die gesuchte Brennweite und der Hauptebenenabstand zu berechnen. Deren Fehler sind aus der grafischen Darstellung abzuschätzen.

#### 4.3 Kalibrieren eines Messokulars

Legen Sie das Objektmikrometer auf den Objektisch des Mikroskop und erzeugen Sie ein scharfes Bild der Mikrometerskala. Achten Sie darauf, dass auch die Skale des Messokulars scharf zu sehen ist. Kalibrieren Sie das Messokular in dem Sie mindestens 5 unterschiedliche Strecken des Objektmikrometers vermessen.

#### 4.4 Vermessen von Strukturen mit dem Mikroskop

Nachdem die Okularskala geeicht worden ist, bringen Sie an Stelle des Objektmikrometers die zu vermessenden Objekte auf den Objektisch und bestimmen Sie die entsprechenden Abstände.

### 5. Kontrollfragen

5.1 Informieren Sie sich über die Herleitung von Gl.( 1 ) !

5.2 Wie lautet das SNELLIUS`sche Brechungsgesetz ?

5.3 Beweisen Sie die Aussage, dass sich bei der grafischen Methode alle Geraden in einem Punkt schneiden und dass die zugehörigen Koordinaten die Brennweite darstellen! (Abschnitt 3.1).

5.4 Welche Arten von Abbildungsfehlern gibt es, und wodurch werden diese hervorgerufen?

5.5 Erklären Sie den Strahlengang in einer Lupe und in einem Mikroskop!

5.6 Begründen Sie, warum die maximale Lupenvergrößerung etwa 10 beträgt.