

PHYSIKALISCHES GRUNDPRAKTIKUM
TECHNISCHE UNIVERSITÄT
CHEMNITZ

Protokoll
«A9 - Spezifische Ladung des Elektrons»

Martin Wolf

<martin.wolf@hrz.tu-chemnitz.de>

Betreuer: Herr Jöhrmann
Mitarbeiter: Martin Helfrich

Datum: 31.03.2006
8:00 Uhr bis 12:00 Uhr

Unterschrift, Martin Wolf

1 Aufgabenstellung

1. Bestimmen Sie die spezifische Ladung des Elektrons nach der Methode
 - a) von BUSCH
 - b) mit dem Fadenstrahlrohr
2. Führen Sie für typische Messbedingungen eine Größtfehlerberechnung durch. Übernehmen Sie den ermittelten relativen Fehler von e/m für dessen Mittelwert.

2 Theoretische Grundlagen

2.1 e/m -Bestimmung nach BUSCH

Diese Methode beruht auf der Wirkung eines magnetischen Gleichfeldes auf ein divergentes Bündel von Elektronenstrahlen (vgl. Abbildung 1).

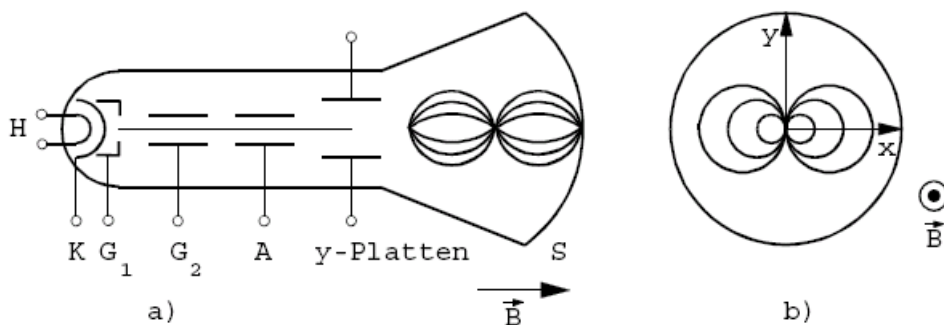


Abbildung 1: Spiralförmige Elektronenbahnen in der Elektronenstrahlröhre

Nach Verlassen der Anode (A) bewegen sich die Elektronen mit konstanter Geschwindigkeit durch die beiden Ablenklattenpaare x und y weiter und gelangen auf den Leuchtschirm (S). Die gesamte Röhre ist so im Inneren einer Spule angeordnet, dass in ihr ein koaxiales Magnetfeld erzeugt werden kann. Durch die Spannung an einem Ablenkpaar erhalten die Elektronen zusätzlich zu ihrer axial gerichteten Geschwindigkeit v_z eine Vertikalkomponente v_{y0} . Die dann auftretende LORENTZ-Kraft führt zu einer gleichmäßigen Richtungsänderung der Elektronenbewegung. Das Elektron wird auf eine Kreisbahn in der xy-Ebene gezwungen, die sich mit der Translation in z-Richtung überlagert. Für die Umlaufzeit T des Elektrons in der xy-Ebene folgt aus der Gleichsetzung der LORENTZ-Kraft mit der Radialkraft die folgende Gleichung:

$$T = \frac{2 \cdot \pi \cdot r}{v_{\perp}} = \frac{2 \cdot \pi \cdot m}{e \cdot B} \quad (1)$$

Die Elektronen legen in der Zeit T in z -Richtung gleichzeitig den Weg $s_z = v_z \cdot T$ zurück. Durch Einstellen des Magnetfeldes auf B_0 kann die Umlaufzeit T_0 der Elektronen so eingestellt werden, dass sie in dieser Zeit gerade den Weg l von der Mitte der Ablenkplatten bis zum Leuchtschirm zurücklegen ($s_z = l$). Sie kommen dann am Schirm so an, als wären sie gar nicht abgelenkt worden. Die magnetische Induktion auf der Achse einer Zylinderspule der Länge L und der Windungszahl N , die vom Strom I_S durchflossen wird, beträgt:

$$B = \mu_0 \cdot H = \mu_0 \frac{N \cdot I_S}{L} \quad (2)$$

Mit den Beziehungen $T_0 = l/v_z$ und $m/2 \cdot v_z^2 = e \cdot U_A$ und den Gleichungen 1 und 2 folgt für die spezifische Ladung des Elektrons die folgende Gleichung:

$$\frac{e}{m} = 2 \cdot U_A \left(\frac{2 \cdot \pi \cdot L}{\mu_0 \cdot N \cdot I_S \cdot l} \right)^2 \quad (3)$$

2.2 e/m -Bestimmung mit Fadenstrahlrohr

Ein Fadenstrahlrohr ist systematisch in Abbildung 2 zu sehen.

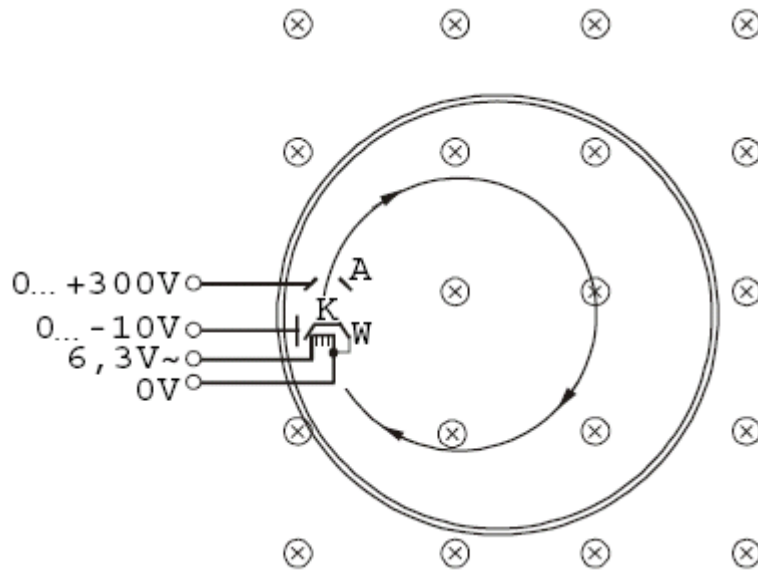


Abbildung 2: Fadenstrahlrohr

Für den Bahnradius des Fadenstrahls gilt:

$$r = \sqrt{\frac{2 \cdot m \cdot U_A}{e}} \cdot \frac{1}{B} \quad (4)$$

Das Magnetfeld wird mit einem Helmholtz-Spulenpaar erzeugt (vgl. Abbildung 3). Dieses besteht aus zwei flachen Spulen mit dem Radius R und je n Windungen, die im Abstand R parallel zueinander angeordnet sind und vom gleichen Strom I_B durchflossen werden. Das in dem frei zugänglichen Innenraum entstehende Magnetfeld ist weitgehend homogen und hat die folgende Flussdichte:

$$B = \frac{8 \cdot \mu_0}{\sqrt{125}} \cdot \frac{I_B}{R} \cdot n \quad (5)$$

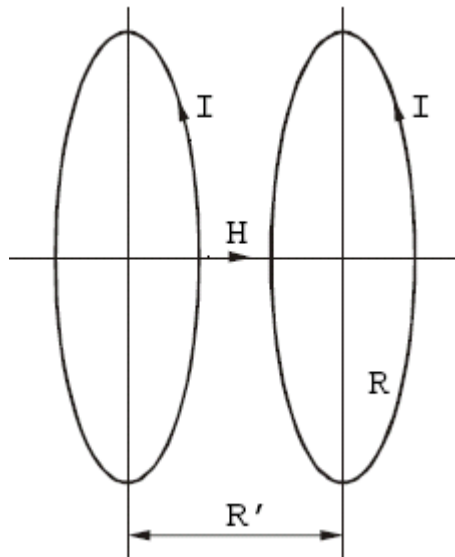


Abbildung 3: Helmholtz-Spule

Durch Umstellen der Gleichung 4 und Einsetzen der Gleichung 5 erhält man die Gleichung zur Berechnung der spezifischen Ladung des Elektrons beim Fadenstrahlrohr.

$$\frac{e}{m} = \frac{5}{8} \left(\frac{5 \cdot R}{\mu_0 \cdot d \cdot I_B \cdot n} \right)^2 \cdot U_A \quad (6)$$

Die Bahn der Elektronen wird sichtbar gemacht, indem man die Messröhre nicht vollständig evakuiert (Wasserstoffatmosphäre, $p \approx 10^{-2}$ mbar). Infolgedessen stößt ein Teil der Elektronen mit den Restgasmolekülen zusammen und regt sie zur Lichtaussendung (bläulicher Faden) an. Bei einem Teil der Zusammenstöße entstehen positive Ionen. Diese bleiben in Folge ihrer im Vergleich zu den Elektronen großen Masse in der Nähe ihres Entstehungsortes, d.h. auf der Elektronenbahn und kompensieren durch ihre Ladung die Raumladung des Elektronenstrahls. Durch diese „Raumladungsfokussierung“ entsteht ein enges Elektronenbündel – ein sogenannter Fadenstrahl.

3 Durchführung des Experimentes – Messwerte

In der Tabelle 1 sind die einzelnen Experiment-Parameter aufgeführt, die für die gesamte Versuchsdurchführung gelten.

MESSGRÖSSE	BESCHREIBUNG	MESSWERT
l/cm	Abstand y-Ablenkplattenpaar-Leuchtschirm	4,9
L/cm	Länge der Spule	18,5
N	Windungszahl der Spule	10000
n	Windungszahl einer Helmholtz-Spule	130
R/cm	Radius der Helmholtz-Spulen	15

Tabelle 1: Experiment-Parameter

3.1 Methode nach BUSCH

Für 5 verschiedene Anodenspannungen U_A im Bereich von 350V bis 500V soll jeweils 5 mal der Spulenstrom I_S bestimmt werden, bei dem sich auf dem Leuchtschirm wieder ein Punkt ausbildet. Die Tabelle 2 zeigt die dafür aufgenommenen Messwerte.

U_A/V	I_{S_1}/mA	I_{S_2}/mA	I_{S_3}/mA	I_{S_4}/mA	I_{S_5}/mA
350	121,5	123,9	120,5	119,0	121,3
400	133,2	131,0	132,4	132,3	131,0
425	137,9	139,0	137,5	137,8	136,8
450	139,4	140,0	138,0	138,4	139,1
500	146,7	149,0	147,9	147,8	147,6

Tabelle 2: Messwerte – Methode nach BUSCH

3.2 Fadenstrahlrohr

Der Elektronenstrahl im Fadenstrahlrohr soll 5 mal so eingestellt und vermessen werden, dass der Radius des Elektronenstrahlkreises möglichst groß ist, um den Fehler der Radiusmessung zu minimieren. Die Tabelle 3 zeigt die dafür aufgenommenen Messwerte.

Messung	1	2	3	4	5
U_A/V	294	233	205	260	253
I_B/A	1,28	1,21	1,17	1,18	1,27
d/cm	12,4	10,6	10,9	12,3	11,4

Tabelle 3: Messwerte – Fadenstrahlrohr

3.3 Fehlergrenzen der Messgrößen

Die Stromstärke I_S wurde mit einem Digitalmultimeter DM 2020 im Messbereich 200mA und die Spannung mit einem DC-R-Digitalvoltmeter im Messbereich 1000V gemessen. Die Elektronenstrahlbreite im Fadenstrahlrohr wurde zu einem Wert von ca. 0,4cm bestimmt. Damit ergeben sich die Fehlergrenzen der gemessenen Größen gemäß der Tabelle 4.

Messwert-Fehler	Messgerät	sys. Fehler	zuf. Fehler
$\Delta l/cm$	Aufgabenstellung		0,2
$\Delta L/cm$	Aufgabenstellung		0,2
$\Delta R/cm$	Aufgabenstellung		0,1
$\Delta I_S/mA$	Digitalmultimeter DM 2020		1
$\Delta I_B/A$	Versorgungsgerät		0,1
$\Delta U_A/V$	DC-R-Digitalvoltmeter		1
$\Delta d/cm$	Holzlineal		0,5

Tabelle 4: Fehlergrenzen der Messgrößen

4 Auswertung

4.1 Methode nach BUSCH

Mittels der Gleichungen 3 und 8 können nun die spezifische Ladung des Elektrons der Einzelmessungen und ihre Messungenauigkeiten berechnet werden. Die Tabelle 5 zeigt die berechneten Werte.

U_A/V	Messung	I_S/mA	$\frac{e}{m}/10^{11}C \cdot kg^{-1}$	$\frac{\Delta e/m}{e/m}/\%$	$\Delta \frac{e}{m}/10^{10}C \cdot kg^{-1}$
350	1	121,5	1,69	12,26	2,07
	2	123,9	1,62	12,23	1,99
	3	120,5	1,72	12,27	2,11
	4	119,0	1,76	12,29	2,17
	5	121,3	1,70	12,26	2,08
400	1	133,2	1,61	12,08	1,94
	2	131,0	1,66	12,10	2,01
	3	132,4	1,63	12,09	1,97
	4	132,3	1,63	12,09	1,97
	5	131,0	1,66	12,10	2,01
425	1	137,9	1,59	12,01	1,91
	2	139,0	1,57	12,00	1,88
	3	137,5	1,60	12,02	1,93
	4	137,8	1,60	12,01	1,92
	5	136,8	1,62	12,02	1,95
450	1	139,4	1,65	11,98	1,98
	2	140,0	1,64	11,98	1,96
	3	138,0	1,68	12,00	2,02
	4	138,4	1,67	11,99	2,01
	5	139,1	1,66	11,99	1,99
500	1	146,7	1,66	11,89	1,97
	2	149,0	1,61	11,87	1,90
	3	147,9	1,63	11,88	1,94
	4	147,8	1,63	11,88	1,94
	5	147,6	1,64	11,88	1,94

Tabelle 5: Auswertung der Methode nach BUSCH

Der Mittelwert der spezifischen Ladung des Elektrons $\overline{e/m}$ und der maximale relative Fehler aller Einzelmessungen $\left(\frac{\Delta(e/m)}{e/m}\right)_{\max}$ ergeben sich aus Tabelle 5 zu folgenden Werten:

$$\begin{aligned}\overline{e/m} &= 1,64 \cdot 10^{11} \text{C} \cdot \text{kg}^{-1} \\ \left(\frac{\Delta(e/m)}{e/m}\right)_{\max} &= 12,29\%\end{aligned}$$

Die Standardabweichung des Mittelwertes der Einzelmessungen $s_{n_{\overline{e/m}}}$ berechnet sich schließlich nach Gleichung 7 und die Messungenauigkeit der mittleren spezifischen Ladung des Elektrons $\Delta(\overline{e/m})$ nach Gleichung 9 und der relative Fehler der mittleren spezifischen Ladung des Elektrons $\frac{\Delta(\overline{e/m})}{(\overline{e/m})}$ zu folgenden Werten:

$$\begin{aligned}s_{n_{\overline{e/m}}} &= 8,66 \cdot 10^8 \text{C} \cdot \text{kg}^{-1} \\ \Delta(\overline{e/m}) &= 2,11 \cdot 10^{10} \text{C} \cdot \text{kg}^{-1} \\ \frac{\Delta(\overline{e/m})}{(\overline{e/m})} &= 12,82\%\end{aligned}$$

Somit folgt für den gerundeten hier bestimmten Wert der spezifische Ladung des Elektrons:

$$\frac{e}{m} = (1,6 \pm 0,3) \cdot 10^{11} \text{C} \cdot \text{kg}^{-1}; \quad \frac{\Delta(e/m)}{(e/m)} = 12,82\%$$

4.2 Fadenstrahlrohr

Mittels der Gleichungen 6 und 10 können nun die spezifische Ladung des Elektrons der Einzelmessungen und ihre Messungenauigkeiten berechnet werden. Die Tabelle 6 zeigt die berechneten Werte.

Messung	U_A/V	I_B/A	d/cm	$\frac{e}{m}/10^{11}C \cdot kg^{-1}$	$\frac{\Delta e/m}{e/m}/\%$	$\Delta \frac{e}{m}/10^{10}C \cdot kg^{-1}$
1	294	1,28	12,4	1,54	25,36	3,90
2	233	1,21	10,6	1,87	27,73	5,17
3	205	1,17	10,9	1,66	28,09	4,66
4	260	1,18	12,3	1,63	26,80	4,36
5	253	1,27	11,4	1,59	26,25	4,17

Tabelle 6: Auswertung des Fadenstrahlrohrversuches

Der Mittelwert der spezifischen Ladung des Elektrons $\overline{e/m}$ und der maximale relative Fehler aller Einzelmessungen $\left(\frac{\Delta(e/m)}{e/m}\right)_{\max}$ ergeben sich aus Tabelle 6 zu folgenden Werten:

$$\begin{aligned}\overline{e/m} &= 1,66 \cdot 10^{11}C \cdot kg^{-1} \\ \left(\frac{\Delta(e/m)}{e/m}\right)_{\max} &= 28,09\%\end{aligned}$$

Die Standardabweichung des Mittelwertes der Einzelmessungen $s_{n_{\overline{e/m}}}$ berechnet sich schließlich nach Gleichung 7 und die Messungenauigkeit der mittleren spezifischen Ladung des Elektrons $\Delta(\overline{e/m})$ nach Gleichung 11 und der relative Fehler der mittleren spezifischen Ladung des Elektrons $\frac{\Delta(\overline{e/m})}{(\overline{e/m})}$ zu folgenden Werten:

$$\begin{aligned}s_{n_{\overline{e/m}}} &= 5,63 \cdot 10^9C \cdot kg^{-1} \\ \Delta(\overline{e/m}) &= 5,21 \cdot 10^{10}C \cdot kg^{-1} \\ \frac{\Delta(\overline{e/m})}{(\overline{e/m})} &= 31,49\%\end{aligned}$$

Somit folgt für den gerundeten hier bestimmten Wert der spezifische Ladung des Elektrons:

$$\frac{e}{m} = (1,7 \pm 0,6) \cdot 10^{11}C \cdot kg^{-1}; \quad \frac{\Delta(e/m)}{(e/m)} = 31,49\%$$

5 Fehlerbetrachtung

Zur Berechnung der Standardabweichung des Mittelwertes der Einzelmessungen dient die folgende Gleichung:

$$s_{n_{\overline{e/m}}} = \pm \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n ((e/m)_i - \overline{e/m})^2}{n \cdot (n - 1)}} \quad (7)$$

5.1 Methode nach BUSCH

Die spezifische Ladung des Elektrons berechnet sich bei dieser Methode nach Gleichung 3. Für den relative Fehler gilt somit:

$$\frac{\Delta(e/m)}{e/m} = \left| \frac{\Delta U_A}{U_A} \right| + \left| \frac{2 \cdot \Delta I_S}{I_S} \right| + \left| \frac{2 \cdot \Delta L}{L} \right| + \left| \frac{2 \cdot \Delta l}{l} \right| \quad (8)$$

Die Messungenauigkeit der spezifischen Ladung des Elektrons bei dieser Methode setzt sich dabei aus der Standardabweichung des Mittelwertes der Einzelmessungen und der Messungenauigkeit des Mittelwertes der Einzelmessungen, verursacht durch den maximalen relativen Fehler der Einzelmessungen, zusammen. Es gilt also:

$$\Delta\left(\overline{e/m}\right) = \left| s_{n_{\overline{e/m}}} \right| + \overline{e/m} \cdot \left(\frac{\Delta(e/m)}{e/m} \right)_{\max} \quad (9)$$

5.2 Fadenstrahlrohr

Die spezifische Ladung des Elektrons berechnet sich bei dieser Methode nach Gleichung 6. Für den relative Fehler gilt somit:

$$\frac{\Delta(e/m)}{e/m} = \left| \frac{\Delta U_A}{U_A} \right| + \left| \frac{2 \cdot \Delta I_B}{I_B} \right| + \left| \frac{2 \cdot \Delta R}{R} \right| + \left| \frac{2 \cdot \Delta d}{d} \right| \quad (10)$$

Die Messungenauigkeit der spezifischen Ladung des Elektrons bei dieser Methode setzt sich ebenfalls aus der Standardabweichung des Mittelwertes der Einzelmessungen und der Messungenauigkeit des Mittelwertes der Einzelmessungen, verursacht durch den maximalen relativen Fehler der Einzelmessungen, zusammen. Es gilt also auch hier:

$$\Delta\left(\overline{e/m}\right) = \left| s_{n_{\overline{e/m}}} \right| + \overline{e/m} \cdot \left(\frac{\Delta(e/m)}{e/m} \right)_{\max} \quad (11)$$

6 Zusammenfassung

Zum Schluss sollen die Ergebnisse des Experimentes noch einmal in übersichtlicher Form zusammengefasst werden.

6.1 Methode nach BUSCH

Bei dieser Methode konnte die spezifische Ladung des Elektrons zu folgendem Wert bestimmt werden:

$$\frac{e}{m} = (1,6 \pm 0,3) \cdot 10^{11} \text{C} \cdot \text{kg}^{-1}; \frac{\Delta(e/m)}{(e/m)} = 12,82\%$$

Der Tabellenwert beträgt $1,759 \cdot 10^{11} \text{C} \cdot \text{kg}^{-1}$, der innerhalb des Fehlerbereiches liegt.

6.2 Fadenstrahlrohr

Bei dieser Methode konnte die spezifische Ladung des Elektrons zu folgendem Wert bestimmt werden:

$$\frac{e}{m} = (1,7 \pm 0,6) \cdot 10^{11} \text{C} \cdot \text{kg}^{-1}; \frac{\Delta(e/m)}{(e/m)} = 31,49\%$$

Auch mit dieser Methode konnte der Tabellenwert gut reproduziert werden. Wobei hier der relative Fehler allerdings mehr als doppelt so groß ist, als wie bei der Methode nach BUSCH. Dies liegt wohl vor allem daran, dass der Elektronenstrahl sehr breit war und somit der Durchmesser des Elektronenstrahlkreises nur relativ ungenau bestimmt werden konnte.