Physikalisches Grundpraktikum

Technische Universität Chemnitz

Protokoll
«A10 - AVOGADRO-Konstante»

Martin Wolf

<martin.wolf@hrz.tu-chemnitz.de>

Betreuer: Herr Decker
Mitarbeiter: Martin Helfrich

Datum: 29.03.2006
8:00 Uhr bis 12:00 Uhr

Unterschrift, Martin Wolf

© Copyright Martin Wolf, 2006.

1 Aufgabenstellung

Bestimmen Sie die AVOGADRO-Konstante mittels

1. Röntgenbeugung
2. Ölfleckversuch

2 Theoretische Grundlagen

Die AVOGADRO-Konstante N_A ist die Teilchenanzahlzahl je Mol. Ein Mol ist dabei die Stoffmenge eines Systems, welches aus so vielen gleichartigen Teilchen besteht, wie Atome in 0,012kg des Nukleides ^{12}C enthalten sind.

2.1 Röntgenbeugung

Bei dieser Methode soll die AVOGADRO-Konstante durch Beugung von Röntgenstrahlen an einem NaCl Gitter bestimmt werden. In der Abbildung 1 ist der schematische Aufbau eines NaCl-Gitters zu sehen. Der Abstand zwischen zwei benachbarten Ionen (also zwischen einem Na^+-Ion und einem Cl^--Ion) ist $a/2 = d_{\text{Gitter}}$. Mit Hilfe dieses Modells gilt für die AVOGADRO-Konstante folgende Formel:

$$N_A = \frac{M}{2 \cdot \rho \cdot d_{\text{Gitter}}^3} \tag{1}$$

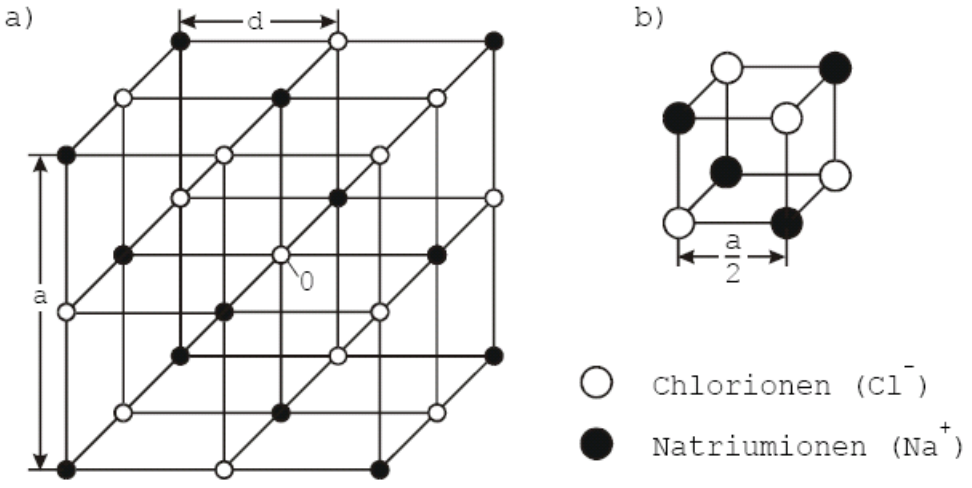

Abbildung 1: Kristallgitter des NaCl; a) Einheitszelle b) Teilausschnitt

Nach der BRAGG'sches Gleichung gilt bei der Beugung an zwei Kristallgitterebenen für ein Maximum n-ter Ordnung:

$$d_{\text{Gitter}} = \frac{n \cdot \lambda}{2 \cdot \sin \vartheta} \tag{2}$$

Hierbei ist ϑ der Winkel zwischen Gitterebene und dem einfallenden bzw. ausfallenden Strahl.

2.2 Ölfleckversuch

Bei diesem Versuch geht man davon aus, dass sich Öltröpfchen monoatomar auf einer Wasseroberfläche verteilen. Somit ist die Schichtdicke gleich dem Durchmesser eines Moleküls. Für die Schichtdicke gilt dann:

$$d_{\text{Molekül}} = \frac{V_{\text{Tr}}}{\pi \cdot R_{\text{Tr}}^2} \tag{3}$$

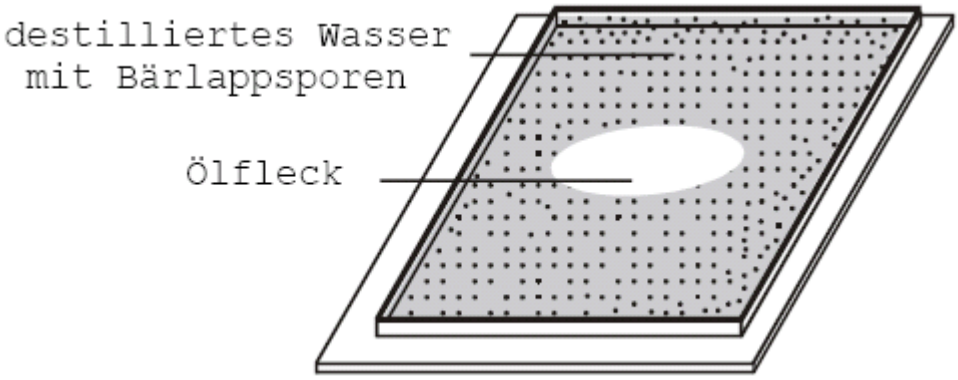

Abbildung 2: Ölfleck auf Wasseroberfläche

Mit Hilfe der Annahme, dass das Ölmolekül ein Würfel mit der Kantenlänge $d_{\text{Molekül}}$ ist, folgt für die AVOGADRO-Konstante:

$$\mathrm{N_A} = \frac{M \cdot \pi^3 \cdot R_{\text{Tr}}^6}{\rho \cdot V_{\text{Tr}}^3} \tag{4}$$

Der Durchmesser eines Atoms kann bei bekannter Anzahl K von Atomen in einem Ölmolekül folgendermaßen abgeschätzt werden:

$$d_{\text{Atom}} = \sqrt[3]{\frac{V_{\text{mol}}}{K}} = \frac{d_{\text{Molekül}}}{\sqrt[3]{K}} \tag{5}$$

3 Durchführung des Experimentes – Messwerte

In der Tabelle 1 sind die einzelnen Experiment-Parameter aufgeführt, die für die gesamte Versuchsdurchführung gelten.

Messgrösse	Beschreibung	Messwert
λ/pm	Röntgenwellenlänge	71
M_{NaCl}/g·mol^{-1}	Molare Masse von NaCl	58,5
ρ_{NaCl}/g·cm^{-3}	Dichte von NaCl	2,2
$M_{\mathrm{Ölsäure}}$/g·mol^{-1}	Molare Masse von Ölsäure	282
$\rho_{\mathrm{Ölsäure}}$/g·cm^{-3}	Dichte von Ölsäure	0,9

Tabelle 1: Experiment-Parameter

3.1 Röntgenbeugung

Die Messungen werden mittels dem BRAGG-BRENTANO-Verfahren, wie in Abbildung 3 gezeigt, durchgeführt. Dabei werden bei einer konstanten Wellenlänge der Einkristall (1) und das Geiger-Müller-Zählrohr (2) im Verhältnis $\vartheta : 2\vartheta$ gedreht.

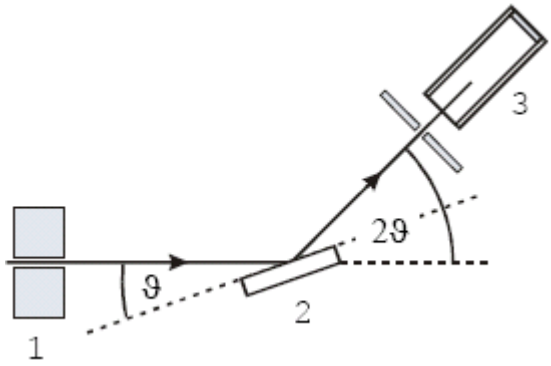

Abbildung 3: BRAGG-BRENTANO-Verfahren

Nun wird für verschiedene Winkel ϑ die reflektierte Röntgenstrahlung gemessen und so eine Intensitätsverteilung in Abhängigkeit von ϑ bestimmt. Dies wird sowohl mit als auch ohne vorangestelltem Zr-Filter, der die Röntgenbremsstrahlung absorbiert, durchgeführt. Anschließend werden die Intensitätspeaks näher, also mit längerer Messzeit, untersucht.

Die Abbildung 4 zeigt die Röntgenmessung ohne Zr-Filter. Dabei wurde von 3,5° bis 12,5° in Intervallen von 0,1° für jeweils 1 Sekunde gemessen.

Die gleiche Messung wurde auch mit Zr-Filter durchgeführt. Dabei wurde von 5° bis 35° in Intervallen von 0,1° für jeweils 1 Sekunde gemessen. Die Abbildung 5 zeigt das dabei entstandene Röntgenbeugungsdiagramm.

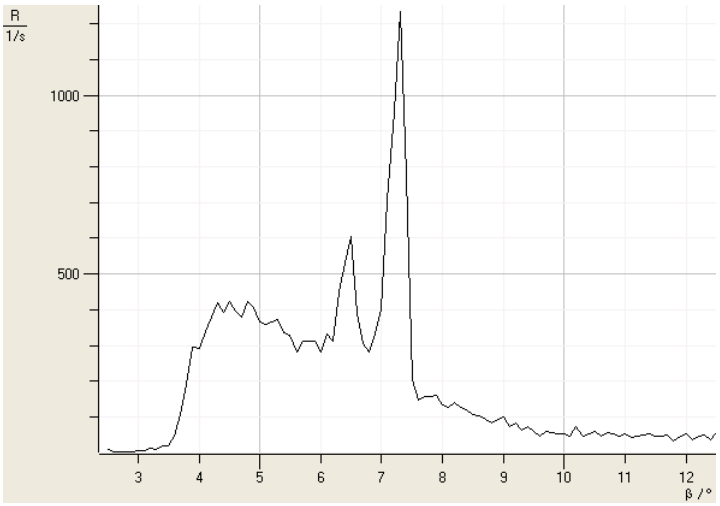

Abbildung 4: Messungen der Röntgenbeugung am NaCl-Kristall ohne Zr-Filter

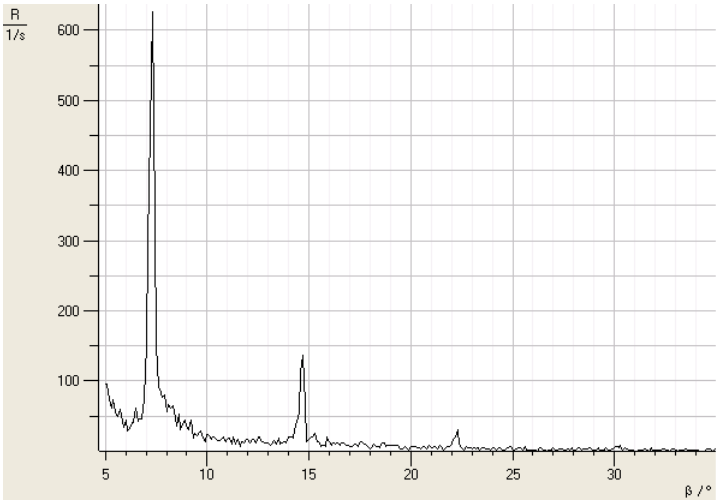

Abbildung 5: Messungen der Röntgenbeugung am NaCl-Kristall mit Zr-Filter

Bei der Messung ohne Zr-Filter wurde, wie in Abbildung 4 zu sehen ist, keine Strahlung herausgefiltert, sodass das Spektrum nicht nur die K_α-Strahlung bzw. die Interferenz der K_α-Strahlung enthält, sondern auch jegliche anderen Arten von Strahlung (K_β, etc.), welche später, wie in Abbildung 5, vom Zr-Filter herausgefiltert wurden. Die Abbildung 5 zeigt schließlich die Interferenz-Hauptmaxima der 1. bis 4. Ordnung.

Wie in Abbildung 5 ersichtlich ist, traten bei dieser Messung 4 Peaks auf, welche im folgenden näher untersucht wurden. Die Tabelle 2 zeigt die Messparameter der genaueren Untersuchung.

Peak	$\vartheta_{\text{start}}/^\circ$	$\vartheta_{\text{ende}}/^\circ$	Messzeit t/s
1	6,5	8,6	5
2	13,6	15,4	20
3	21,3	23,3	40
4	29,3	31,0	50

Tabelle 2: Messparameter der genaueren Untersuchung

Die Abbildungen 6, 7, 8 und 9 zeigen die genauer untersuchten Peaks. Mittels der Menüoption „Peakschwerpunkt berechnen“ wurden schließich die Winkel bestimmt, unter denen R maximal ist. Die Tabelle 3 zeigt die bestimmten Winkel.

Peak	$\vartheta/^\circ$
1	7,33
2	14,62
3	22,16
4	30,27

Tabelle 3: Messwerte Röntgenbeugung – Winkel der Peaks

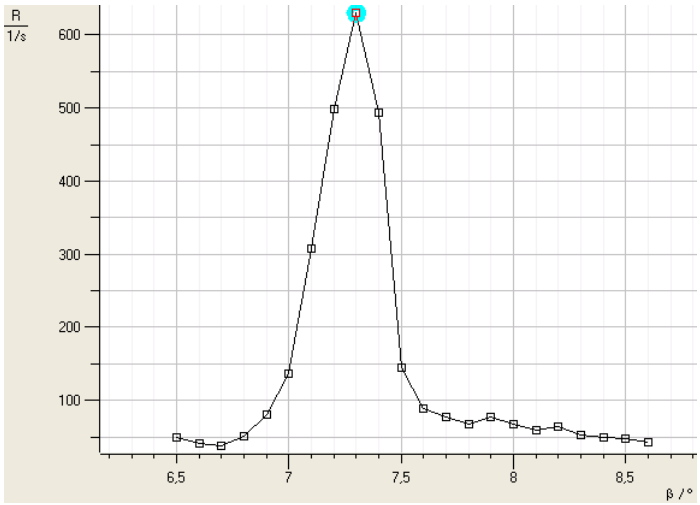

Abbildung 6: Messungen Röntgenbeugung – 1. Peak

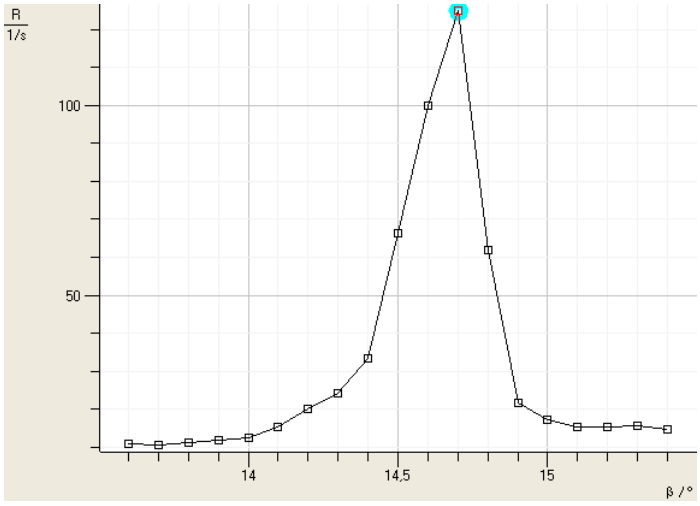

Abbildung 7: Messungen Röntgenbeugung – 2. Peak

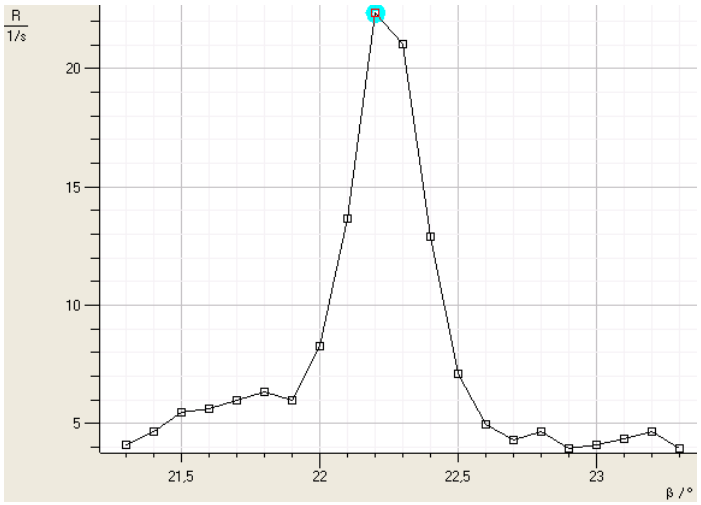

Abbildung 8: Messungen Röntgenbeugung – 3. Peak

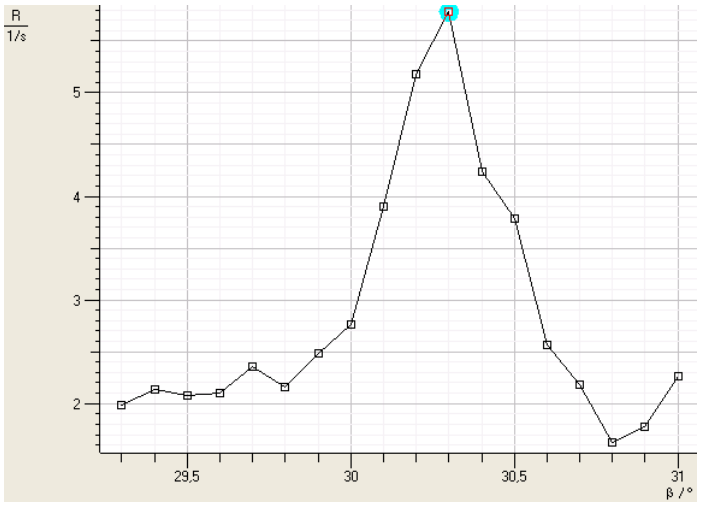

Abbildung 9: Messungen Röntgenbeugung – 4. Peak

3.2 Ölfleckversuch

Als erstes wurde das Volumen eines Öltröpfchens bestimmt. Dazu wurden genau soviele N Öltröpfchen gezählt, bis diese zusammen ein bestimmtes Volumen V ergaben. Das Volumen eines Öltröpfchens berechnet sich dann nach folgender Formel:

$$V_{\mathrm{Tr}} = \frac{V}{N} \tag{6}$$

Die Tabelle 4 enthält die dazu bestimmten Messwerte.

V/ml	N	$V_{\mathrm{Tr}}/\mathrm{ml}$
1	57	0,0175

Tabelle 4: Messwerte – Bestimmung des Volumens eines Öltröpfchens

Anschließend wurde solch ein Tropfen auf das destillierte Wasser mit Bärlappsporen gegeben und nach einer kurzen Zeit der Durchmesser des entstandenen Fleckes bestimmt. Dieser wurde an 5 Stellen bestimmt, da kein idealer Kreis entstand. Die Tabelle 5 zeigt die gemessenen Durchmesser.

Messung	1	2	3	4	5
$d_{\mathrm{Tr}}/\mathrm{mm}$	92,0	90,0	93,0	91,0	90,0
$\overline{d_{\mathrm{Tr}}}/\mathrm{mm}$	91,2				
$R_{\mathrm{Tr}}/\mathrm{mm}$	45,6				

Tabelle 5: Durchmesser des Ölflecks

3.3 Fehlergrenzen

Die Tabelle 6 zeigt die Fehlergrenzen der gemessenen Größen.

Messwert-Fehler	Messgerät	sys. Fehler	zuf. Fehler
$\Delta\vartheta/^\circ$	Versuchsapparatur	0,1	
$\Delta V/\mathrm{ml}$	Bürette	0,14	
$\Delta R/\mathrm{m}$	Holzmaßstab	$200 \cdot 10^{-6} + 5 \cdot 10^{-4} \cdot l$	$5 \cdot 10^{-3}$

Tabelle 6: Fehlergrenzen der Messgrößen

4 Auswertung

4.1 Röntgenbeugung am NaCl-Kristall

Mittels den Gleichungen 2, 1 können nun der Gitterabstand d und damit die AVOGADRO-Konstante berechnet werden. Die zugehörigen Fehler berechnen sich dabei mittels den Gleichungen 7 und 8. Die Tabelle 7 zeigt die berechneten Werte.

n	1	2	3	4
$\vartheta/^\circ$	7,33	14,62	22,16	30,27
$d_{\text{Gitter}}/10^{-10}\text{m}$	2,78	2,81	2,82	2,82
$a/10^{-10}\text{m}$	5,56	5,63	5,65	5,63
$\frac{\Delta d_{\text{Gitter}}}{d_{\text{Gitter}}}/\%$, $\frac{\Delta a}{a}/\%$	1,36	0,67	0,43	0,30
$\Delta d_{\text{Gitter}}/10^{-12}\text{m}$	3,78	1,88	1,21	0,84
$\Delta a/10^{-12}\text{m}$	7,55	3,76	2,42	1,68
$N_\text{A}/10^{23}\text{mol}^{-1}$	6,17	5,97	5,91	5,95
$\frac{\Delta N_\text{A}}{N_\text{A}}/\%$	4,07	2,01	1,29	0,90
$\Delta N_\text{A}/10^{21}\text{mol}^{-1}$	25,1	12,0	7,59	5,34

Tabelle 7: Auswertung Röntgenbeugung am NaCl-Kristall

4.2 Ölfleckversuch

Mittels den Messwerten aus den Tabellen 4 und 5 lassen sich nun der Moleküldurchmesser, der Durchmesser eines Atoms und die AVOGADRO-Konstante mit ihrer Fehlergrenze nach den Gleichungen 3, 5, 4 und 9 berechnen. Die Tabelle 8 zeigt die berechneten Werte.

$d_{\text{Molekül}}/\text{nm}$	$d_{\text{Atom}}/\text{nm}$	$N_\text{A}/10^{23}\text{mol}^{-1}$	$\frac{\Delta N_\text{A}}{N_\text{A}}/\%$	$\Delta N_\text{A}/10^{21}\text{mol}^{-1}$
1,34	0,36	1,29	4,10	5,31

Tabelle 8: Auswertung des Ölfleckversuchs

5 Fehlerbetrachtung

Der Gitterabstand des NaCL-Kristalls berechnet sich nach Gleichung 2. Für den relative Fehler gilt:

$$\frac{\Delta d}{d} = |\cot \vartheta \cdot \Delta \vartheta| \tag{7}$$

Die AVOGADRO-Konstante mittels Röntgenbeugung berechnet sich nach Gleichung 1. Für den relative Fehler folgt:

$$\frac{\Delta N_\mathrm{A}}{N_\mathrm{A}} = \left|\frac{3 \cdot \Delta d}{d}\right| \tag{8}$$

Die AVOGADRO-Konstante mittels Ölfleckversuch berechnet sich nach Gleichung 4. Für den relative Fehler folgt:

$$\frac{\Delta N_\mathrm{A}}{N_\mathrm{A}} = \left|\frac{6 \cdot \Delta R}{R}\right| + \left|\frac{3 \cdot \Delta V}{V}\right| \tag{9}$$

Das genaue Ergebnis, das bei der Methode der Röntgenbeugung erricht wird, resultiert größtenteils daraus, dass alles automatisch verlief. Der einzige Fehler, welcher in die Größtfehlerrechnung eingeht, ist die Ungenauigkeit der Winkeleinstellung der Röntgenmaschine. Weitere Fehler, welche allerdings rechnerisch nicht beachtet wurden, weil keine Fehlerangabe vorhanden war, waren z.B. die Ungenauigkeit des Geiger-Müller-Zählrohrs oder die Wellenlänge der Röntgenstrahlung, welche nicht genau 71pm betrug.

Beim Ölfleckversuch traten mehr und signifikantere Fehler auf. Zum einen wurde das Volumen eines Öltropfens durch Bestimmung der Anzahl der Tropfen in 1ml bestimmt. Hier war das Ablesen äußerst umständlich, sodass ein Verzählen nicht ausgeschlossen werden kann. Zum anderen wurde beim Messen des Radius ein Holzmaßstab auf die Schale gelegt und der Radius an 5 Stellen bestimmt, wobei eine klare und glatte Kante der Tropfengrenze nicht existent war. Die Tropfen, welche aus der Bürette tropften, werden außerdem vermutlich nicht alle die gleiche Größe gehabt haben. Auch verdunsteten diese schon sichtbar nach dem heraustropfen.

6 Zusammenfassung

Zum Schluss sollen die Ergebnisse des Experimentes noch einmal in übersichtlicher Form zusammengefasst werden.

6.1 Röntgenbeugung

Bei der Methode der Röntgenbeugung an einem NaCl-Kristall ergab sich als genauester Messwert derjenige, der mit der größten Messzeit gemessen wurde. Für die AVOGADRO-Konstante wurde bei der Röntgenbeugungsmethode folgender Wert bestimmt:

$$\begin{aligned} N_\mathrm{A} &= (5,95 \pm 0,06) \cdot 10^{23}\mathrm{mol}^{-1} \\ \frac{\Delta N_\mathrm{A}}{N_\mathrm{A}} &= 0,9\% \end{aligned}$$

Der Netzebenenabstand d_Gitter, der in der Literatur mit einem Wert von 282,5pm angegeben wird, wurde bei dieser Methode zu folgendem Wert bestimmt:

$$\begin{aligned} d_\mathrm{Gitter} &= (281,7 \pm 0,9)\mathrm{pm} \\ \frac{\Delta d_\mathrm{Gitter}}{d_\mathrm{Gitter}} &= 0,3\% \end{aligned}$$

6.2 Ölfleckversuch

Beim Ölfleckversuch wurde die AVOGADRO-Konstante zu folgendem Wert bestimmt:

$$\begin{aligned} N_\mathrm{A} &= (1,29 \pm 0,06) \cdot 10^{23}\mathrm{mol}^{-1} \\ \frac{\Delta N_\mathrm{A}}{N_\mathrm{A}} &= 4,1\% \end{aligned}$$

Der Durchmesser eines Ölsäuremoleküls und der eines Atoms wurden bei dieser Methode zu folgenden Werten bestimmt:

$$\begin{aligned} d_\mathrm{Molekül} &= 1,34\mathrm{nm} \\ d_\mathrm{Atom} &= 0,36\mathrm{nm} \end{aligned}$$

Letztendlich kann man sagen, dass die Methode der Röntgenbeugung eine sehr genaue Methode zur Messung der AVOGADRO-Konstante darstellt, jedoch entschieden aufwendiger ist als der Ölfleckversuch, welcher sich – wie festgestellt – mit einfachsten Mitteln durchführen lässt.